

令和7年度

理 学 部

化学生物環境学科 環境科学コース

第3年次編入学者選抜学力試験問題

数 学

令和6年6月8日(土)

10:30～11:30

注 意

1. 解答は、問題ごとに、別添の解答用紙に書くこと。
解答用紙が不足した人は手をあげてその旨を試験監督者に告げ、必要枚数の解答用紙を受け取ること。なお、解答用紙を追加した場合は、解答用紙の上方に問題番号を書くこと。
2. 問題1と問題2は必ず両方共に解答すること。
3. 総 ペ ー ジ——— 3 ページ
問題ページ——— 第2～3ページ
(第1ページは、白紙)
4. 試験終了後、この問題冊子と下書き用紙は持ち帰ること。

問題 1

問 1 次の微分方程式の一般解を求めよ。さらに、 $x = 0$ のとき $y = 2$ となる初期値問題の解を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} = 3y + 6$$

問 2 $f(x)$ が無限回微分可能な関数であるとき、以下のように $f(x)$ を $x = a$ においてテーラー展開することができる。

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n$$

ただし、 $f^{(n)}(x)$ は $f(x)$ の n 次導関数とし、 $f^{(0)}(x) = f(x)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- 1) 上の $f(x)$ を $(x - a)$ の 2 次の項まで書き下せ。ただし、 $f(x)$ の 1 階微分は $f'(x)$ 、2 階微分は $f''(x)$ とせよ。
- 2) $P(x) = x^2$ を $x = 1$ において $(x - 1)$ の 1 次の項までテーラー展開（つまり、線形近似）した関数 $G(x)$ を求めよ。また、 $0 \leq x \leq 3$ の範囲にて、 $P(x)$ と $G(x)$ のグラフを描け。
- 3) $0 \leq x \leq 3$ の範囲にて、 $P(x)$ と $G(x)$ の間の部分の面積を求めよ。
- 4) $P(x)$ を $G(x)$ で近似した時の誤差が $P(x)$ の 4% 以内に収まるような x の条件を求めよ。ただし、 $x > 0$ とする。

問題 2

0以上の整数 n について、以下の漸化式で定義される数列 $\{x_0, x_1, x_2, \dots\}$ を考える。ただし、 $x_0 = 0$ 、 $x_1 = 1$ とする。

$$x_{n+2} = x_{n+1} + x_n \quad n \geq 0$$

問1 x_2 、 x_3 、 x_4 、 x_5 を求めよ。

問2 x_n の一般解を以下の手順に従って求めよ。

1) $v_n = \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ x_n \end{pmatrix}$ としたとき、式 (1) における 2×2 行列 A を求めよ。

$$v_{n+1} = Av_n \tag{1}$$

2) 行列 A のすべての固有値と、各固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

3) v_0 を固有ベクトルの線形結合で表せ。

4) x_n の一般解を求めよ。

問3 式 (2) の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} \tag{2}$$