

令和6年度

理 学 部

化学生物環境学科 環境科学コース

第3年次編入学者選抜学力試験問題

数 学

令和5年6月10日(土)

10:30~11:30

注 意

1. 解答は、問題ごとに、別添の解答用紙に書くこと。
解答用紙が不足した人は手をあげてその旨を試験監督者に告げ、必要枚数の解答用紙を受け取ること。なお、解答用紙を追加した場合は、解答用紙の上方に問題番号を書くこと。
2. 問題1と問題2は必ず両方共に解答すること。
3. 総 ページ—————3 ページ
問題ページ—————第2～3 ページ
(第1ページは、白紙)
4. 試験終了後、この問題冊子と下書き用紙は持ち帰ること。

問題 1

問 1 以下の連立 1 次方程式の解を掃き出し法で求めよ。解が複数ある場合には、任意定数を用いて全ての解を表すものとする。

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} -3 & 2 & 6 \\ 4 & 0 & -4 \\ -5 & 2 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

問 2 以下の行列の行列式, 全ての固有値, 固有ベクトルを求めよ。固有ベクトルは行列の各固有値に対して 1 個求めるものとする。

$$(a) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} -5 & 2 & 6 \\ 4 & -2 & -4 \\ -5 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

問 3 ある生物の年齢分布の時間変化を考える。簡単のため雌雄の区別はなく, 1 才以上の全ての個体が生産子を生むとする。

0 才の個体は翌年までに半数が死亡し, 残り半数が翌年まで生存して 1 才となる。1 才の個体は翌年まで全てが生存して 2 才となる。2 才の個体は翌年までに全て死亡する。

1 才の個体は 4 個体の子を, 2 才の個体は 6 個体の子をそれぞれ産む。

t 年後の 1 才の個体数を $x(t)$, 2 才の個体数を $y(t)$ とする。

(a) t 年後の各年齢の個体数と $t+1$ 年後の各年齢の個体数間の関係式

$$\begin{pmatrix} x(t+1) \\ y(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

をみたす行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を求めよ。

(b) 最初の年に 1 才の個体が 1 個体, 2 才の個体は存在しない, つまり

$$\begin{pmatrix} x(0) \\ y(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

とする。翌年の年齢分布 $\begin{pmatrix} x(1) \\ y(1) \end{pmatrix}$ と 2 年後の年齢分布 $\begin{pmatrix} x(2) \\ y(2) \end{pmatrix}$ を求めよ。

(c) 最初の年の年齢分布が上の (b) と同じとき, t 年後の年齢分布 $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ を求めよ。

問題 2

問 1 次の関数 $P(x)$ の導関数 $P'(x)$ を求めよ。さらに $x = 0.4$ のとき、導関数の値を求めよ。

$$P(x) = -1 + x - x^2 + x^3 - x^4$$

問 2 次の関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ と 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ。

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

問 3 xy 平面において、 $y = \sin 2x$ のグラフと x 軸とで囲まれる部分の面積を、 $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で求めよ。

問 4 次の微分方程式の一般解を求めよ。さらに、 $x = 0$ のとき $y = 0$ である場合、特解を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$$