令和６年度

理　学　部

数物科学科 物理学コース

第３年次編入学者選抜学力試験問題

数　　学

令和５年６月１０日（土）

１０：００～１１：３０

注 意 事 項

１．解答用紙表紙の指定された箇所に，受験番号，氏名を記入すること。
　受験番号は，受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。
　指定された箇所以外には，受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
２．B1～B4 の全問を解答すること。
３．解答は，別冊子の解答用紙に記入すること。
　解答用紙左上の問題番号を確認し，問題に対応する解答用紙に記入すること。
４．各問題の解答用紙（両面）はそれぞれ１枚ある。
５．問題冊子の総ページ数――――――　３ページ
　　問題ページ――――――――――　第２～３ページ
　　（第１ページは白紙）
６．試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{\text{B1}}$ 微分に関する以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x) = \dfrac{1}{(x-a)^2 + b^2}$ の増減と凹凸を調べ，$y = f(x)$ のグラフを描け。ただし，a と b は正の定数である。

(2) 関数 $f(x) = \mathrm{Arccos}(x)$ を 1 次までマクローリン展開（$x = 0$ のまわりのテイラー展開）を行なえ。その際，$0 \leqq f(x) \leqq \pi$ であることに注意せよ。

(3) 関数 $f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ について，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$，$\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ を求めよ。また，全微分 df を求めよ。

$\boxed{\text{B2}}$ 積分に関する以下の問いに答えよ。

(1) 以下の積分を行なえ。

$$I_1 = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx)\cos(nx)dx$$
$$I_2 = \int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx)\cos(nx)dx$$

ただし，m と n は正の整数である。

(2) 以下の多重積分を行なえ。

$$I_3 = \iint_D (x^2 + y^2)dxdy$$

ここで，領域 D は，$x^2 + y^2 \leqq 4$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ で囲まれた領域である。

次ページに続く

$\boxed{\mathbf{B3}}$ 強制振動を表す運動方程式は，以下の式で与えられる。

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = f\cos(\omega t)$$

ここで，ω_0 および ω ($\neq \omega_0$) は正の定数であり，f は定数である。初期条件が $x(0) = x_0$，$\dot{x}(0) = 0$ である場合の解を以下の手順で求める。

(1) $f = 0$ の場合の一般解 x_1 を求めよ。

(2) $f \neq 0$ の場合の特解 x_2 を求めよ。

(3) $f \neq 0$ の場合の一般解は $x_1 + x_2$ で与えられることを用いて，解 x を求めよ。

(4) $\omega \to \omega_0$ の場合，上で求めた解はどのように与えられるか。

$\boxed{\mathbf{B4}}$ 以下の実対称行列 M

$$M = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}$$

は，直交行列 U を用いて

$$U^T M U = \Lambda$$

によって対角行列 Λ に変換される。U と Λ をそれぞれ求めよ。