

理, 工 (後期日程)

令和 5 年度

入学者選抜学力試験問題

後期日程

# 数 学

注 意

1. 解答用紙表紙の※印欄は、受験者が記入すること。  
受験番号は、本学受験票の受験番号欄に記入してあるとおりに書くこと。  
※印欄以外の箇所には、受験番号・氏名を絶対に書かないこと。
2. 問題冊子及び解答用紙は、「解答始め」の指示があるまで開かないこと。
3. 理学部数物科学科志願者は数学、理科から1教科選択し、解答用紙の表紙の選択別欄に○印を記入のうえ、選択した教科の問題を全問解答すること。なお、解答用紙の表紙の選択別欄に両教科とも○印をつけた場合は、すべての解答を無効とする。  
理学部化学生物環境学科、工学部志願者は数学の問題を全問解答すること。なお、数学の解答用紙の表紙の選択別欄には記入しないこと。
4. 解答は、別冊子の解答用紙に記入すること。  
解答用紙左上の問題番号を確認し、問題に対応する解答用紙のみに記入すること。
5. 試験終了後、この問題冊子と下書用紙は持ち帰ること。
6. 総ページ数  
問題冊子——3 ページ  
解答用紙——3 ページ  
下書用紙——1 枚

**I** 2つの関数  $F(x)$ ,  $g(x)$  が

$$F(x) = \int_1^x (x-2t)g'(t) dt \quad (x > 0)$$

をみたすとする。ここで  $g'(t)$  は  $g(t)$  の導関数とする。以下の問いに答えよ。

(1)  $F(x)$  の導関数  $F'(x)$  に対して、次の等式が成り立つことを示せ。

$$F'(x) = g(x) - g(1) - xg'(x)$$

(2)  $g(x) = x(\log x)^2$  のとき、 $F(x)$  を求めよ。ここで対数は自然対数とする。

II  $r$  を正の実数とする. 座標平面において, 点 A (0, 1) を中心とする半径  $r$  の円を  $C_1$  とし, 点 B (0, -1) を中心とする半径  $r$  の円を  $C_2$  とする.  $C_1$  と  $C_2$  が 2 点で交わる時, 以下の問いに答えよ.

(1)  $r$  の条件を求めよ.

(2)  $C_1$  と  $C_2$  の 2 つの共有点の座標をそれぞれ  $r$  を用いて表せ.

(3)  $C_1$  と  $C_2$  の 2 つの共有点のうち  $x$  座標が大きいほうを D とする. 点 D における  $C_1$  の接線を  $l_1$ , 点 D における  $C_2$  の接線を  $l_2$  とする.  $l_1$  の傾きと  $l_2$  の傾きをそれぞれ  $r$  を用いて表せ.

(4) (3) で定めた直線  $l_1, l_2$  について,  $l_1$  と  $l_2$  のなす角を  $\theta$  ( $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) とする.  $\theta = \frac{\pi}{3}$  となるような  $r$  の値をすべて求めよ.

**III**  $a$  を正の実数とし,  $i$  を虚数単位とする. 2つの複素数

$$z = (a + \sqrt{3}i)(3 + ai), \quad w = 1 + \sqrt{3}i$$

を考える.  $z$  は  $|z| = 6\sqrt{2}$  をみたすとする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $a$  の値を求めよ.
- (2)  $z$  の偏角  $\theta$  を  $0 \leq \theta < 2\pi$  の範囲で求めよ.
- (3)  $z^n w$  が実数となる最小の自然数  $n$  を求めよ.